

UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA PRELIMINAR EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

José Valério Gomes da Silva

valerio.gomes@yahoo.com.br

Resumo: O presente estudo tem como objetivo identificar dentro das abordagens de comprimento em livros didáticos (LD) de matemática do ensino fundamental (EF) aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008 os tipos de tarefas à luz da praxeologia matemática dentro da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores. Na revisão de literatura discutimos os trabalhos de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian que subsidiam essa pesquisa como base para a construção do sentido do conceito de comprimento. Essas pesquisadoras propõem que área deve ser considerada como grandeza, o que corresponde a distinguir três quadros: o das grandezas, o numérico e o geométrico. Outras pesquisas posteriores adotam essa abordagem onde sugerem que o conceito de comprimento seja tratado também como grandeza. Serão analisados os capítulos que tomam comprimento como objeto de estudo em oito livros didáticos de 6º ano. Esses LDs foram escolhidos cuidadosamente a partir de indicadores básicos. Pretendemos identificar os tipos de tarefas como um dos elementos das organizações matemáticas (OM) relativas ao conceito de comprimento nesses oito LDs escolhidos. Em seguida, de forma preliminar, obtemos como resultado a existência de uma abordagem voltada para conversão de unidades, medidas diretas de objetos e operações aritméticas envolvendo essas medidas, ou seja, o enfoque é voltado para o quadro numérico. E finalmente, as referências.

Introdução

Uma das contribuições importante para a educação matemática foi os parâmetros curriculares nacionais (PCN) – matemática (Brasil, 1997). Embora não apresentem um caráter de obrigatoriedade, eles representam um esforço na tentativa de promover um ensino de qualidade voltado para educação básica, pautado nas novas orientações. Eles surgem no final da década de 90 trazendo os conteúdos divididos em blocos: números e operações; álgebra; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento da informação. Os PCNs em suas várias orientações propõem garantir, entre outras coisas, que o estudo das grandezas e medidas faça uma articulação com os campos da aritmética, da álgebra e da geometria.

Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático. (Brasil, 1997, p.56).

A partir destas orientações traçamos o nosso objetivo de pesquisa que é identificar nas abordagens dos capítulos de comprimento em oito livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados no PNLD/2008, os tipos de

tarefas sob a ótica da praxeologia matemática. Optamos pelo 6º ano porque esse conceito já vem sendo trabalhado nas séries iniciais do ensino fundamental. Escolhemos analisar os LDs de matemática do 6º ano porque é o início das séries finais do EF. Como também as observações assistemáticas dos LDs mostram que no 6º ano é feita uma revisão dos conteúdos trabalhados nas séries iniciais do ensino fundamental e entre os tópicos que são retomados um deles é sobre a grandeza geométrica comprimento.

Um dos referenciais teórico por nós adotado nesse trabalho são as pesquisas de Douady & Perrin-Glorian (1989), na abordagem do conceito de área enquanto grandeza. As pesquisadoras afirmam que se faz necessário a distinção de três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. Pesquisadores como: Baltar (1996), Barbosa (2002), Barbosa (2007), Bellemain (2000/2003), Lima (2000), Santos (2005), Teles (2007) entre outros vêm se dedicando e aprofundando esses estudos no sentido de ampliar para outras grandezas geométricas, como por exemplo, a grandeza comprimento.

Outro referencial durante o processo de análise dos livros didáticos é a TAD, em particular nas organizações matemáticas. Segundo Chevallard, a TAD foi inicialmente construída como uma teoria cujo objetivo consiste em controlar os problemas de difusão de conhecimento e de saberes quaisquer, compreendidos em suas especificidades, logo de conhecimentos matemáticos também (Araújo, 2009).

Portanto, a questão central que nos ocupa nessa pesquisa é **Como os Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental abordam o conceito de Comprimento?**

Os Conceitos de Comprimento e Área.

Consideraremos o conceito de área a partir das hipóteses que norteiam as pesquisas desenvolvidas pelas pesquisadoras: R. Douady e Perrin-Glorian (1989). Elas propõem uma abordagem do conceito de área de figuras planas como uma grandeza, o que corresponde a distinguir os três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. Elas afirmam que:

- “O conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecerem relações necessárias entre os domínios geométricos e numéricos”.

- “Uma associação precoce da superfície a um número, favorece o amálgama entre as grandezas: comprimento e área”.

A partir da análise de erros, Douady e Perrin-Glorian (1989) caracterizaram dois tipos de concepção de área: as concepções geométricas e as concepções numéricas. As concepções numéricas são caracterizadas pelo foco exacerbado no aspecto do cálculo. Um exemplo é a ausência ou o uso inadequado de unidades de medida, outro exemplo é o cálculo com fórmulas errôneas. As concepções geométricas são aquelas segundo as quais o aluno confunde a figura e a área. A mobilização desse tipo de concepção pode levar o aluno a pensar que quando uma figura é modificada por decomposição e recomposição, sua área muda.

Baltar (1996) destaca três classes de situações que dão sentido ao conceito de área: **Situações de comparação** (se situam em torno do quadro das grandezas).

Exemplo: Dando uma só mão de tinta, em qual das paredes o pintor gastaria mais tinta.



(Fonte: Atividades do projeto de Rede – LEMAT/1988)

Situações de medida (destacam-se o quadro numérico e a passagem do quadro das grandezas ao numérico através da escolha da unidade).

Exemplo: Usando uma régua meça os lados do retângulo abaixo e calcule o sua área.



(Fonte: Atividades do projeto de Rede – LEMAT/1988)

Situações de produção (a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto à importância do quadro geométrico).

Exemplo: Numa folha de papel quadriculado, considerando um quadradinho dessa folha (□) como unidade de medida, desenhe polígonos de:

- a) área igual a 16 quadradinhos;
- b) área igual a 11 quadradinhos;
- c) área igual a 48 quadradinhos;
- d) área igual a 8,5 quadradinhos;

(Fonte: Dulce & Iracema, 6º ano, p.262).

Pesquisas posteriores consideram o conceito comprimento enquanto grandeza a partir dos estudos dos quadros de Douady & Perrin-Glorian e seus colaboradores. Perrot et al (1998) que adotaram essa modelização dos quadros:

O quadro geométrico, constituído pelas linhas e superfícies. O quadro das grandezas, comprimentos e áreas: com processos de comparação bem escolhidos, nem sempre numéricos, se pode realizar classes de equivalências de linhas, de superfícies; com processos operatórios adequados sobre linhas, superfícies, se pode induzir uma lei interna sobre as grandezas. O quadro numérico, consistindo nas medidas do comprimento das linhas e da área das superfícies, que pertencem ao conjunto de números reais não negativos: linhas ou superfícies pertencendo a mesma classe, tendo a mesma grandeza, têm também a mesma medida, qualquer que seja a unidade escolhida (p.5).

Na construção do conceito área enquanto grandeza Douady & Perrin-Glorian (1989) afirmam:

Que é preciso elaborar um processo de aprendizagem de área relacionando-a com o lugar ocupado por uma superfície no plano. Do ponto de vista matemático, o que se procura é uma função, denominada função medida, que associa superfícies planas a números, de tal forma que seu domínio seja um certo conjunto de superfícies planas e seu contradomínio seja o conjunto de números reais não-negativos.

Analogamente, construímos a função comprimento, que atribui números reais positivos – as medidas – a curvas de um conjunto apropriado. $H_U: \mu \rightarrow \mathbb{R}_+$

$$L \rightarrow H_U(L)$$

Onde H_U – função comprimento de unidade U ; L – uma curva; \mathbb{R}_+ – conjunto dos números reais não-negativos; $H_U(L)$ – número real positivo qualquer; μ - um conjunto de curvas (incluindo segmentos de Reta e linhas poligonais).

Definida a função comprimento, o conceito de comprimento é definido como uma classe de equivalência de curvas que “tem a mesma medida”. Chamamos o conjunto \mathcal{L} do conjunto de classes de equivalência.

$$L_1 \text{ é equivalente a } L_2 \rightarrow H_U(L_1) = H_U(L_2)$$

A Noção de Praxeologia

A palavra ‘praxeologia’ vem de **práxis** (o bloco saber fazer composto pelo tipo de tarefa e a técnica) e **logos** (o bloco do saber composto pela tecnologia e pela teoria).

Não há práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Ao unir as duas faces da atividade matemática, obtemos a noção de praxeologia: para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar uma praxeologia matemática constituída por um tipo de tarefa

determinado por uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente (Chevallard, Bosch e Gascón, 2001).

Numa organização praxeológica, identificamos: tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Onde os tipos de tarefas e suas técnicas compõem o bloco saber fazer enquanto que a tecnologia e a teoria são do bloco saber.

Na noção de praxeologia estão presentes as idéias de tarefas t e de tipos de tarefas representados por T . Quando uma tarefa (t) que faz parte de um tipo tarefa (T), dizemos que $t \in T$. Uma tarefa ou um tipo de tarefa se exprime por um verbo expressando uma ação. Por exemplo: calcular a área do quadrado de lado 3 cm; medir a distância entre dois pontos dados e outros.

A noção de tarefa, ou mais precisamente do tipo de tarefa, supõe um objetivo preciso, por exemplo: medir a altura de um paralelogramo é um tipo de tarefa, mais “medir” não, pois não explicita o que é para medir. Da mesma forma, calcular a área de um retângulo de 2cm por 3cm é um tipo de tarefa, mas somente “calcular” não seria um tipo de tarefa. Para esses exemplos “medir” e “calcular” são gêneros de tarefas.

Um gênero de tarefa somente existe sob forma de diferentes tipos de tarefas. Ao longo dos anos na escola, por exemplo, o gênero “calcular” vai se enriquecendo de novos tipos de tarefas e será no ensino médio onde os alunos vão aprender a primeira vez a calcular um determinante, por exemplo, e mais tarde se seguir cursos ligados aos de exatas, irá calcular uma integral. Outros exemplos de gêneros de tarefas são: demonstrar ..., construir ..., exprimir ..., subir ..., desenvolver ..., dividir ..., cumprimentar ..., integrar ...

As tarefas, tipos de tarefas, gêneros de tarefas são “artefatos” que são reconstruídos em cada instituição específica, não são criados pela natureza.

Uma Praxeologia Matemática ou Organização Matemática é elaborada em torno de uma noção, ou conceito inerente à própria matemática. No caso desse artigo o conceito em questão é o de comprimento.

Percurso metodológico

Este artigo é um recorte da nossa dissertação em andamento com orientação da Profª Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain, na qual o percurso metodológico está em construção, mas iremos sinalizar alguns pontos que são importantes para que os

resultados sejam significativos e que possam contribuir para a comunidade científica, em particular, para a comunidade dos pesquisadores em Educação Matemática. Com intuito de escolher as oito coleções dentre as dezesseis aprovadas pelo PNLD/2008, iremos listar os indicadores básicos que foram decisivos nessa escolha:

I - Percentual de grandezas e medidas nos LDs do 6º ano de cada coleção aprovada baseado no guia de 2008; II – a posição dos capítulos de comprimento no livro do 6º ano aprovado no PNLD/2008; III - a quantidade de páginas do capítulo de comprimento em cada LD aprovado no guia de 2008; IV - o título de cada capítulo envolvendo comprimento no seu respectivo livro do 6º ano aprovado no PNLD/2008; V - os títulos das seções que compõe cada capítulo de comprimento nos LDs do 6º ano aprovados no guia de 2008; VI – a quantidade de escolas públicas do estado de Pernambuco que escolheram as coleções aprovadas no guia/2008.

Subsidiados nos indicadores básicos e em análises cuidadosas escolhemos os oito livros didáticos do 6º ano:

LD 1 - MACHADO, A. S.; IEZZI, G.; DOMINGUES, H. H.; DOLCE, O. Matemática e Realidade. Editora: Saraiva. São Paulo, 2005.

LD 2 - MODERNA, E. Projeto Araribá – Matemática. Editora Moderna. São Paulo, 2006.

LD 3 - BONJORNO, A. O. Fazendo a Diferença – Matemática. Editora: FTD. São Paulo, 2006.

LD 4 - DANTE, L. R. Tudo é Matemática. Editora: Ática. São Paulo, 2007.

LD 5 - REGO, A. L. B.; RUBINSTEIN, C.; MARQUES, E. O.; BORGES, E. M. F.; PORTELA, G. M. Q. Matemática na Vida e na Escola. Editora do Brasil. São Paulo, 2007.

LD 6 - SOARES, E. & RIBEIRO, J. S. Construindo Consciências Matemática. Editora: Scipione. São Paulo, 2008.

LD 7 - MORI, I.; ONAGA, D. S. Matemática - Ideias e Desafios. Editora: Saraiva. São Paulo, 2007.

LD 8 - TOSATTO, C. M. PERACCHI, E. P. F. & ESTEPHAN, V. M. Ideias e Relações. Editora: Positivo. Belo Horizonte, 2005.

Para iniciarmos as análises no capítulo de comprimento foi necessário identificarmos 15 tipos de tarefas (T):

T₁ – Medir o comprimento de curvas simples; **T₂** – Medir o comprimento de segmentos; **T₃** – Medir o comprimento de objetos; **T₄** – Comparar as medidas de comprimento; **T₅** – Converter uma unidade de medida de comprimento em outra unidade de medida de comprimento; **T₆** – Ler uma medida de comprimento expressa em unidades convencionais; **T₇** . Escolher a unidade de medida de comprimento convencional adequada; **T₈** – Escolher um instrumento de medida de comprimento adequado para medir um objeto qualquer; **T₉** – Escrever por extenso a medida de comprimento dada; **T₁₀** – Escrever a medida de comprimento de acordo com a frase dada; **T₁₁** – Associar o nome da unidade de medida de comprimento ao seu respectivo símbolo e vice-versa; **T₁₂** – Fazer uma estimativa do comprimento de um objeto; **T₁₃** – Efetuar operações fundamentais envolvendo as medidas de comprimento; **T₁₄** – Identificar a unidade de medida de comprimento dado o par (medida, unidade); **T₁₅** – Listar as unidades de medida não-convencionais adequadas.

Os tipos de tarefas dispostas anteriormente foram listados da seguinte forma: as três primeiras estão iniciadas pelo gênero de tarefa “medir” na qual estão identificadas as situações de medida; o quarto tipo de tarefa identificam as situações de comparação, pois o seu gênero de tarefa é “comparar”; o quinto tipo de tarefa identificam as situações de conversões de unidades de comprimento e assim, sucessivamente. Esses artefatos (tipos de tarefas e gêneros de tarefas) dentro da instituição livro didático vão permitir fazermos um mapeamento dos capítulos de comprimento com mostra o quadro:

QUADRO 1 – Tipos de tarefas (Quantidade de questões) X Livros Didáticos (LDs).

TIPOS DE TAREFAS	LD ₁	LD ₂	LD ₃	LD ₄	LD ₅	LD ₆	LD ₇	LD ₈
T₁	3	-	-	4	-	-	-	-
T₂	-	3	12	4	6	8	2	5
T₃	4	3	4	5	3	3	21	1
T₄	2	2	1	-	2	-	7	1

T ₅	24	11	12	31	5	3	16	9
T ₆	3	-	-	-	-	-	-	-
T ₇	16	7	1	4	1	6	4	5
T ₈	-	-	-	1	1	5	1	1
T ₉	-	-	-	-	-	-	4	-
T ₁₀	-	-	-	1	-	-	4	-
T ₁₁	7	-	-	-	-	-	-	-
T ₁₂	-	2	3	-	-	4	6	-
T ₁₃	9	4	5	6	2	1	3	-
T ₁₄	-	-	-	-	-	-	-	1
T ₁₅	-	1	-	-	-	-	-	-
TOTAL	68	34	38	56	20	30	68	23

Algumas Considerações

Podemos visualizar inicialmente que apesar de termos identificado quinze tipos de tarefas, cada LD contempla, em média, oito tipos. Ao observarmos o quadro 1, notamos que a concentração de questões estão nos cinco primeiros tipos de tarefas e no tipo de tarefa 13, ou seja, as questões mais presentes nesses capítulos são as que envolvem situações de medida. O T₃: “Medir o comprimento de um objeto” aparece nos oito LDs como também o tipo de tarefa de “conversão de unidades de medida de comprimento” (T₅) tem um quantitativo de questões superior aos outros tipo de tarefas. Este fato fica claro, por exemplo, em relação ao T₄, com situações de comparação. O T₁₃ que envolve situações onde estão sendo efetuadas as medidas de comprimento também tem presença nos sete, dos oito livros didáticos, enquanto que situações de produção de um segmento com medida, por exemplo, não aparece em nenhum dos oito livros didáticos. De forma preliminar, notamos que existe uma tendência em uma abordagem voltada para conversão de unidades, medidas diretas de objetos e operações aritméticas envolvendo essas medidas. Constatamos poucas questões com situações de comparação e de produção envolvendo comprimento. A praxeologia matemática criada em relação aos tipos de tarefas mostra que os oito capítulos de comprimento dos LDs analisados, ainda estão voltados fortemente para o quadro numérico.

REFERÊNCIAS

de ARAUJO, A. D. **O ensino de álgebra no Brasil e na França, estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático**, tese de doutorado em educação, UFPE, Recife, 2009.

BALTAR, P. M. **Enseignement et aporprentissage de la notion d'aire de surface planes:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de Visualização em Atividades de Comparação de Comprimentos de Linhas Abertas.** Tese de Doutorado em Educação. UFPE, 2007.

BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. **Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales em las Instituciones Escolares.** In: Recherches em Didactique des Mathématiques, v. 24/2.3, Grenoble, França: La Pensée Sauvage, 2004, p. 205- 250.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics.** v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.